



Dos perfiles astrogeodésicos del geode como control en el sur de España

Two checking astrogeodetic geoid profiles in southern Spain

José A. Peláez Montilla⁽¹⁾, Antonio J. Gil Cruz⁽²⁾, Juana Álvarez Nieto⁽¹⁾, Dolores López Olmedilla⁽¹⁾, Eduardo Núñez Maderal⁽³⁾, Álvaro Rodríguez Miranda⁽¹⁾ y Gracia Rodríguez Caderot⁽⁴⁾

⁽¹⁾Departamento de Física. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Jaén. C/ Virgen de la Cabeza, 2, 23071-Jaén (Spain), japelaez@ujaen.es

⁽²⁾Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodésica y Fotogrametría. Universidad de Jaén. C/ Virgen de la Cabeza, 2, 23071-Jaén (Spain), ajgil@ujaen.es

⁽³⁾Instituto Geográfico Nacional. C/ General Ibáñez Ibero, 3, 28003-Madrid (Spain), enmaderal@mfom.es

⁽⁴⁾Sección Departamental de Astronomía y Geodesia. Facultad de Ciencias Matemáticas. Universidad Complutense de Madrid. Ciudad Universitaria s/n, 28040 Madrid (Spain), grc@mat.ucm.es

SUMMARY

In this work, the results obtained in two approximately north-south checking astrogeodetic geoid profiles, performed in the province of Jaén (Southern Spain) and using the well-known Helmert's approach, are presented. We also show the comparisons with IBERGEO95, the gravimetric geoid of the Iberian Peninsula, and JaenGeoid2000, a local gravimetric geoid. The analysis of the results show a better agreement between the astrogeodetic geoid and JaenGeoid2000.

1. INTRODUCCIÓN

A finales de los años setenta el método astrogeodésico de determinación del geode empezó a caer en desuso. El desarrollo de las técnicas espaciales desplazó los métodos clásicos de la astronomía geodésica. Hay que tener en cuenta que la determinación de la desviación de la vertical requiere instrumentación delicada, personal bien entrenado y un gran coste en tiempo y mano de obra.

Aún así, con el desarrollo en los últimos años de las modernas cámaras cenitales digitales, integrando cámaras CCD y posicionamiento GPS, se han tratado de solventar los anteriores inconvenientes. Es por esto que los métodos astrogeodésicos han resurgido con cierto ímpetu, por ejemplo, con la realización de los geoides de alta precisión de Suiza (Marti, 1997) y Austria (Erker *et al.*, 1996; Abd-Elmotaal y Kühtreiber, 2000). Es claro que esta metodología posee evidentes ventajas a la hora de la obtención de geoides de precisión en áreas montañosas, bien como control de los geoides gravimétricos calculados previamente, bien participando en soluciones combinadas utilizando colocación mínimo cuadrática.

En este trabajo, y utilizando nivelaciones astrogeodésicas, hemos realizado dos perfiles próximos (longitudes medias de 3°36'W y 3°19'W) de geode astrogeodésico como control de los geoides gravimétricos evaluados en el sur de España (Figura 1). Ambos perfiles tienen una longitud total de aproximadamente unos 82 km. El primero de ellos (perfil A), ha sido cubierto con seis vértices, tal que la distancia media entre ellos ha sido de unos 16 km. El segundo (perfil B) con cinco, y una distancia media de unos 20 km. En todos los casos, los vértices utilizados pertenecían a la red geodésica del IGN. La zona elegida, en la provincia de Jaén, tiene como característica fundamental el significativo gradiente norte-sur que se observa en la ondulación del geode (Figura 1).

2. METODOLOGÍA

Como es conocido, uno de los métodos más utilizados en la determinación del geode, más concretamente en la determinación de diferencias de ondulaciones de geode, ha sido el método de Helmert de nivelación astrogeodésica. Está basado en la ecuación

$$N_{i+1} - N_i = \Delta N_i \cong - \int_{\Gamma} \theta_{\alpha}(s) ds \quad (1)$$

en donde Γ es el segmento de línea geodésica que une los puntos i e $i+1$, y θ_{α} la desviación de la vertical en la dirección definida por el acimut α . Esta ecuación acostumbra a resolverse utilizando la aproximación lineal de Helmert, es decir, evaluando la integral (1) mediante la fórmula del trapecio. De esta forma, la diferencia de ondulación del geode entre los puntos extremos de un perfil A-B,

habiendo realizado observaciones en puntos intermedios, puede calcularse mediante la expresión

$$\Delta N_{AB} \cong - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\theta_i + \theta_{i+1}}{2} \Delta s_i \quad (2)$$

siendo Δs la distancia entre puntos consecutivos.

Mediante este esquema se han calculado, por ejemplo, los geoides astrogeodésicos de España y Portugal (Núñez-García, 1983, 1988; Núñez-García *et al.*, 1988). Un detallado estudio de los errores de este método ha sido realizado por Núñez-García (1988) y Sevilla y Núñez-García (1979 y 1990).

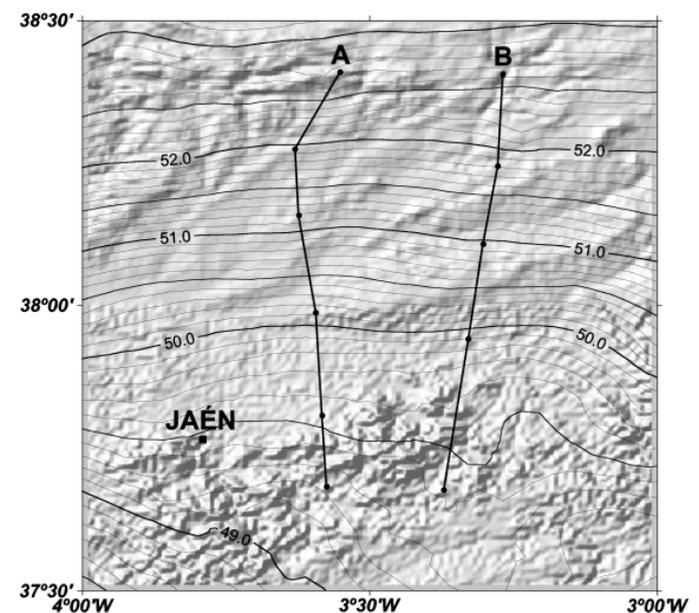


Figura 1 - Perfiles (A y B) realizados. Se muestra, como referencia, el IBERGEO95 (Sevilla, 1995). (Performed profiles (A and B). The IBERGEO95 (Sevilla, 1995) is showed as a reference)

Utilizando un teodolito astronómico DKM 3-A de la casa Kern™ se realizaron observaciones de latitud astronómica de precisión en vértices de coordenadas geodésicas conocidas. Aplicando el método de las alturas absolutas a la polar se han determinado los valores de latitud astronómica (y como



consecuencia de la componente NS de la desviación de la vertical) con errores comprendidos entre 0.1" y 0.2".

La instrumentación de la que se disponía no permitía realizar observaciones precisas de longitud astronómica; esta fue la razón por la que se establecieron perfiles con orientación aproximada nort-sur. El error debido al hecho de que las estaciones no se encontraran exactamente alineadas en el mismo meridiano (Sevilla y Núñez-García, 1990) ha sido tenido en cuenta.

3. RESULTADOS

Como ejemplo, el máximo valor obtenido para la componente NS de la desviación relativa de la vertical (ξ) se obtuvo en el vértice geodésico Cerro de la Cruz (3°37'48"W, 38°16'28"N), incluido en el perfil A. El resultado fue $-15.9'' \pm 0.2''$ en el sistema de referencia geodésico ED 50, y $-11.5'' \pm 0.2''$ en el sistema de referencia geodésico GRS 80.

A partir de los valores calculados de ξ , y utilizando la expresión (2), se calcularon las diferencias de ondulación del geode a lo largo de los dos perfiles. El resultado obtenido entre los extremos del perfil se muestra en la tabla 1.

Tabla 1 - Resultados obtenidos (Obtained results)

Profile	Astrogeod. ΔN (m), σ		Gravimetric ΔN (m)	
	ED 50	GRS 80	IBERGE095	JaenGeoid2000
A	4.19, 0.33	2.46, 0.33	3.52	2.78
B	4.70, 0.17	2.96, 0.17	3.19	2.98

El error introducido por el hecho de que las respectivas estaciones no se encuentren exactamente en el mismo meridiano ha sido estimado en 5 y 2 cm, para los perfiles A y B, respectivamente, utilizando para ello los valores de la componente EW de la desviación de la vertical obtenidas a partir del IBERGEO95 (Sevilla, 1995).

La comparación entre el perfil astrogeodésico, el IBERGEO95 (Sevilla, 1995), y el JaenGeoid2000 determinado por Lacy *et al.* (2001) puede observarse en la figura 2 y tabla 1.

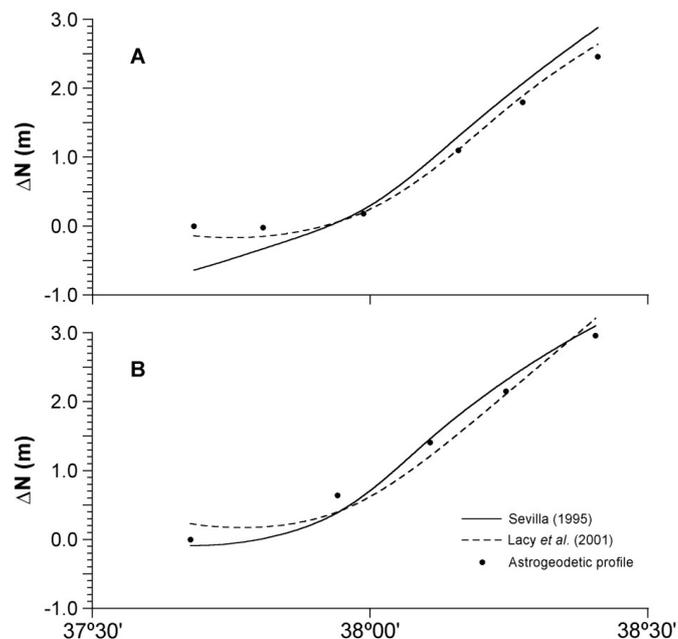


Figura 2 - Comparación entre los perfiles astrogeodésicos realizados y diferentes modelos de geode para la zona. (Comparison between the astrogeodetic performed profiles and different geoid models for the zone)

Analizando la figura 2 puede observarse que existe una mayor concordancia del perfil astrogeodésico con el JaenGeoid2000 que con el IBERGEO95, probablemente debido al hecho de que aquel es un geode gravimétrico local, mientras que éste es nacional.

Por otra parte, y con el fin de tener más resultados de comparación, se realizó una observación GPS en los extremos de los perfiles para determinar la diferencia de altitud elipsoidal entre los vértices. Con la diferencia de altitud ortométrica facilitada por el Instituto Geográfico Nacional, se determinaron las diferencias de ondulación del geode entre los extremos de los perfiles, obteniéndose valores de 3.25 m (perfil A) y 2.83 m (perfil B). En el perfil A el valor es superior a los valores obtenidos en el perfil astrogeodésico y con el JaenGeoid2000, pero inferior al obtenido con el IBERGEO95. En el perfil B el valor es más próximo al del astrogeodésico y JaenGeoid2000, prácticamente coincidentes, que al IBERGEO95, que es ligeramente superior. La mayor discrepancia del valor del perfil A, obtenido a partir del GPS, respecto de las otras determinaciones, puede ser debida a la inexactitud de las altitudes ortométricas en los vértices extremos del perfil, ya que corresponden a vértices de la ROI (Red de Orden Inferior Española) y no a señales NAP (Nivelación de Alta Precisión).

4. REFERENCIAS

- Abd-Elmotaal, H., and N. Kühtreiber (2000): "Astrogeodetic geoid determination using seismic moho information". *IGeS* **11**, 81-92.
- Lacy, M.C., G. Rodríguez-Caderot, E. Marín, A. Ruiz, M.J. Borque, A.J. Gil and L. Biagi (2001): "A Gravimetric Geoid Computation and Comparison with GPS Results in Northern Andalusia (Spain)". *Stud. Geophys. Geod.* **45**, 55-66.
- Erker, E., B. Hofmann-Wellenhof, H. Moritz, and H. Sünkel (1996): "Austrian geoid 2000". *Vermessung und Geoinformation* **3**, 289-293.
- Marti, U. (1997): "Geoid der Schweiz". *Geodätisch-Geophysikalische Arbeiten in der Schweiz*, Vol. 56. Swiss Geodetic Commission.
- Núñez-García, A. (1983): "Determinación del geode astrogeodésico en la península Ibérica". V Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica, Madrid, España, 1983.
- Núñez-García, A. (1988): "Determinación de perfiles del geode. Optimización de métodos y aplicación a la red astrogeodésica de Portugal". Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid.
- Núñez-García, A., M.J. Sevilla, y J.M. Agria (1988): "Determinación del geode en Portugal y su influencia en la red geodésica de primer orden". VI Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica, Madrid, España, 1988.
- Sevilla, M.J., y A. Núñez-García (1979): "Estudio de errores en nivelación astrogeodésica". III Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica, Madrid, España, 1979.
- Sevilla, M.J., y A. Núñez-García (1990): "Ajuste y análisis estadístico de ondulaciones del geode obtenidas por métodos astrogeodésicos". *Física de la Tierra* **2**, 55-86.
- Sevilla, M.J. (1995): "A new gravimetric geoid in the Iberian peninsula". *IGeS* **4**, 163-180.